

GUIA 3: **Matrices. Cálculo de la inversa de una Matriz**

1. Determine si las siguientes matrices son invertible; en caso de ser invertible usar el método de Gauss para hallar su inversa.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(e) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ \frac{3}{2} & 2 & \frac{3}{2} \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ \frac{3}{2} & -2 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

(f) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

2. Dado el sistema

$$\begin{cases} x_1 + x_3 & = & 10 \\ 2x_1 + 3x_2 & = & 17 \\ 3x_1 + 4x_3 + x_3 & = & 32 \end{cases}$$

Calcular la solución del sistema sin "resolverlo", usando 1(d) y 1(e).

3. Si $A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ determine $(AB)^{-1}$.

4. Sean A , B y C son matrices invertibles de $n \times n$. Demuestre que la matriz (ABC) es invertible y diga cuál es su inversa.

5. Hallar la transpuesta de las matrices dadas:

(a) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 7 & -2 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$

6. Sea A matriz invertible. Demuestre si es cierto, o de un contraejemplo si es falso, cada una de las siguientes afirmaciones:

(a) $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

(b) Si c es una constante, $c \neq 0$, entonces $(cA)^{-1} = \frac{1}{c}A^{-1}$.

(c) Para cualquier número natural k , $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$.

7. Sea A una matriz de $n \times n$. Demuestre que la matriz $\frac{1}{2}(A + A^t)$ es simétrica.